ISSN 0013 - 0494

# économie appliquée

Archives de l'I.S.M.E.A.

Equilibre économique
et équilibre social
(II)

Tome XXXIV - 1981 - N° 2-3
Librairie Droz - Genève

# Capital-temps et répartition des revenus. De la remise en cause des fondements théoriques de la microéconomie à une nouvelle loi macroéconomique de répartition des revenus

*Yoland Bresson*

Les économistes se sont habitués à travailler sur une représentation du monde devenue orthodoxe : des individus préalablement dotés de ressources, à priori réparties, décident librement et communiquent entre eux à travers les biens, objets matériels et services. Les biens sont ainsi des "médiats" exclusifs grâce auxquels circule l'information, dans le langage simplifié des prix et des quantités. La répartition des ressources est figée, les acteurs sont classés selon leurs fonctions (consommateur, producteur, détenteur de ressources), les biens se déplacent entre les acteurs de façon intemporelle, instantannée, l'économie est étudiée à travers le miroir des "biens". Comme ces derniers constituent seulement un véhicule de l'information, comme on cherche à définir, s'il existe, malgré la décentralisation de décision, un "ordre" économique relatif, les économistes ont été obligés de postuler l'existence de l'ordre, appelé "équilibre". Ils dessinent pour cela, la partie cachée derrière le miroir des biens, c'est-à-dire, les rapports des individus aux biens – fonction d'utilité, fonction de production, satisfaction – en supputant qu'à chaque mouvement de biens correspond un comportement rationnel, maximisant la satisfaction.

Cette représentation du monde économique est exploitable. Mais, fondée sur l'apparence des mouvements de biens matériels et services, ne ressemble-t-elle pas à la représentation du monde physique telle que l'avait imposée "Ptolémée" ? Terre, corps fixe et centre du monde autour de laquelle se déplacent les corps célestes; primauté de l'apparence, n'excluant pas certaines découvertes, mais dont les lacunes explicatives durent attendre Galilée et Copernic pour trouver des réponses.

Au lieu de partir d'une collection limitée de biens formant les ressources, au lieu de figer la répartition à priori des ressources entre les individus, et de laisser librement s'exprimer des préférences véhiculées par le déplacement des biens, on observe un monde dans lequel le lien entre les individus n'est pas celui des biens, mais celui du temps. Tous les individus vivent le même temps physique, ils sont réglés par la même "horloge". Leurs préférences sont ce quelles sont, sans postulat préalable, sinon que les individus organisent leur temps de vie, choisissent les activités, les biens qu'ils produisent, ceux qu'ils consomment, de nature et de quantités diverses. Si par hasard, les préférences et les compétences étaient toutes identiques entre les individus, le temps, unité physique, pourrait être aussi un lien économique, on s'échangerait du temps, dans une organisation commune aux caractéristiques possibles infinies. Les uns s'activeraient quand d'autres consommeraient ... On s'informerait sans intermédiaire, sans "médiats", en parlant "temps".

Mais cette hypothèse, bien que laissant pure, sans la dénaturer, la réalité de la communication entre les individus, est à la fois irréaliste et inutile. Il est plus simple de supposer, que s'établit, entre les individus, un lien matériel, un langage commun qui véhiculera l'information. On répartit entre les individus une masse de ressources, de quelque nature, de quelque matière que ce soit. Aucune hypothèse supplémentaire n'est faite. On peut penser à priori observer une infinité de distributions possibles.

Dans cette représentation économique du monde, les individus n'ont que deux caractéristiques communes :

- ils vivent le même temps physique.
- ils communiquent par l'intermédiaire d'un lien matériel commun : la ressource.

Or, cette représentation suffit pour démontrer :

1) Que le lien temporel impose aux individus une véritable "équation aux dimensions" liant temps et ressources. Une constante fondamentale permet de passer de la commune et unique mesure du temps physique à la mesure d'un temps économique. Quelle que soit la mesure dans laquelle s'exprime la masse des ressources, (kilo de blé, quantité de monnaie ...) il y a une relation fixe entre la façon dont l'individu compose son propre temps et les ressources qui doivent lui être attribuées. Le lancinant problème de l'étalon de la valeur de Condillac à Saffra, en passant par Ricardo, ne se pose plus. Le temps physique qui règle la vie des individus est l'étalon, le repère. Selon l'unité de mesure de la ressource, "l'équation aux dimensions" "fournit la valeur économique du temps. Il est clair que nos difficultés traditionnelles en la matière, venaient de ce que le bien économique de référence, quel qu'il soit, n'était qu'une image, un véhicule de l'information, un artifice, de telle sorte que toute variation de la mesure d'un autre bien par rapport au bien de référence ne permettait pas de décider quoi avait varié, de l'étalon mesure, ou des biens mesurés avec lui. Dès lors que le repère se situe hors du champ de l'économie, du moins que la mesure physique du temps est, pour l'économiste, invariable, qu'une équation nous donne le lien permanent entre le temps physique et un bien économique de référence qualifié de monnaie, nous saurons toujours, lorsque la mesure d'un autre bien exprimé en "monnaie" variera, si c'est la "monnaie" elle-même qui a varié par rapport à son repère fixe : le temps, ou si c'est le bien dont la mesure à varié par rapport à la "monnaie". Il n'est pas exclu qu'une variation de valeur, comporte pour une part, une variation du bien étalon par rapport au repère fixe et pour une autre part du bien par rapport à l'étalon. Certes, des esprits éclairés pourraient s'interroger sur la réalité, de la mesure physique du temps, considérée comme intangible, mais si cette interrogation est incontestablement significative, il n'est pas (encore) du ressort de l'économiste de la formuler.

2) Contrairement à la théorie académique qui postule, à priori, l'existence d'un équilibre, dont on cherche les voies et moyens de réalisation, nous supposons comme unique règle originelle, que seul le hasard préside à la façon dont chaque individu organise son temps. Il partage l'unité physique de temps, entre du "temps contraint" par les activités productives, ou de jouissance, et du "temps libre", résiduel, disponible.

La démarche est ici assez semblable à celle adoptée en physique moléculaire, où les électrons libres se déplacent dans un volume donné. On montre alors, que selon les lois du hasard, s'appuyant sur le principe du Maximum de Vraisemblance, ils se répartissent selon des distributions statistiques précises. (Maxwell – Boltzman, ou Bose – Einstein). (1)

En économie aussi, les individus, repérés, positionnés, par rapport à la variable temps disponible, se distribuent statistiquement selon une loi, de forme unique "Bêta", dépendant de deux paramètres qui sont caractéristiques de l'organisation générale du groupe dans lequel vit l'individu, et du nombre d'activités différentes, permises par l'état des techniques. Cela signifie qu'il est en probabilité, ou statistiquement vraisemblable, que si on "lançait", en nombre suffisant, des individus, dans le libre choix de l'organisation de leur temps unitaire, sous la seule condition que nous ne soyons pas au paradis – que l'obtention et l'usage de biens, nécessaires à la survie, ou de simple jouissance, en nombre suffisament diversifié, exige d'utiliser du temps contraint – de ce désordre naîtrait un ordre statistique, une répartition du temps disponible de ces individus qui suivrait une loi "Bêta".

3) Comme les individus s'expriment à partir d'un bien de référence, des ressources, dans la réalité économique, la répartition du temps n'apparaît pas. Elle n'est qu'implicite. Seule apparaît la répartition des ressources. "L'équation aux dimensions" nous permet cependant, de passer de la répartition du temps, à son image en termes de biens, ou répartition des revenus.

La loi qui s'en déduit mathématiquement est une loi nouvelle qui diffère de la loi de Pareto et de toutes celles qui ont été ajustées sur des distributions observées. Cette loi est de type "eulérienne-bêta".

Sachant qu'elle doit théoriquement s'appliquer à tout groupe d'individus unis par la définition d'une même ressource, nous avons tenté une vérification expérimentale sur les "revenus salariaux de l'année 1974" en France. La vérification est spectaculaire. Alors même que nous n'avons pas cherché à réaliser un ajustement parfait, pour la première fois, à notre connaissance, la courbe théorique recouvre les observations pour toute la distribution observée, et non

(1) Je dois d'avoir essayé d'adopter cette démarche, nouvelle pour les économistes, à d'intenses discussions menées avec mon frère, le Professeur Yves Bresson, Professeur de Biophysique à l'Université de Picardie.



pas seulement pour la partie centrale de cette distribution. Le test $\chi^2$, qui n'est jamais satisfaisant sur les ajustements de distribution empirique des revenus, l'est ici de manière significative. La théorie est confortée par l'expérimentation.

Il semble démontré, qu'il existe une autre représentation du monde économique, différente de la représentation traditionnelle. C'est le temps, dans son partage entre temps disponible et temps contraint, ce capital-temps, qui se répartit entre les individus et qui conduit infailliblement à un ordre. Cet ordre est une répartition statistique du temps disponible, unique dans sa forme, variant dans ses paramètres selon les caractéristiques du groupe. Par le biais d'une équation aux dimensions, cette répartition du temps induit une répartition des revenus. Quelle que soit l'organisation économique, cette répartition obéit à une "loi" unique dans sa forme, adaptée par les valeurs prises par ses paramètres. Dès lors acceptant cette répartition comme connue à priori, nous pourrions entrer dans le monde économique traditionnel. Oubliant que le temps est la vraie matière de l'échange économique, l'économiste ne s'intéresserait qu'aux biens matériels, image, médiat de la communication et des échanges entre les individus. Les deux représentations ne seraient en quelque sorte, que l'endroit et l'envers d'une même réalité, sans que l'on puisse discerner où est l'endroit et où est l'envers. L'une serait le système dual, de l'autre, elle la complèterait sans la contredire.

Pourtant, bien qu'il soit prématuré d'en tirer, ici, toutes les conséquences, ces nouveaux fondements de la microéconomie ouvrent d'autres perspectives. L'ordre naît de la répartition des ressources et non de l'existence des prix "dits d'équilibre". Les prix eux-mêmes n'ont pas la même signification et ne jouent pas le même rôle que dans la théorie économique traditionnelle. Ils existent hors de l'échange, les échanges de biens ne sont que les reflets de transferts de temps. Sauf cas exceptionnels (2) les échanges modifient la répartition des revenus. Il est donc impossible de chercher les prix d'équilibre, en postulant la fixité de la répartition des revenus, des dotations, comme le suppose l'équilibre général Walrassien.

(2) Il faudrait que tous les échanges s'opèrent en ne modifiant pas la répartition des temps disponibles des échangistes.

## I. LE MODELE FONDAMENTAL : L'EQUATION AUX DIMENSIONS DE L'ECONOMIE

Tous les individus vivent le même temps physique, mesuré dans la même unité de temps.

Un individu quelconque (X), répartit son temps unité en fractions de temps, $(a_i)$, ou fréquences, chacune d'elle étant affectée à un bien (i), pris dans un ensemble de biens (n), ... i = 0, 1, 2,... n. Par définition $\sum_i a_i = 1$. " $a_o$ ", représente la fraction de temps disponible, le "temps libre", sans affectation, ni usage d'un bien particulier. Avec $a_i \geqslant o \ \forall i$, on peut introduire plusieurs décompositions équivalentes.

– ainsi $a_i = b_i + c_i$, $b_i$ est la fraction du temps unité affecté à l'obtention ou la production du bien i.

  $c_i$, est la fraction de temps unité affecté à l'usage ou la consommation du bien i.

Dans des formes d'organisation économique très évoluées, $b_i = b$, n'existe souvent que pour un seul type de bien ou service (spécialisation absolue). C'est alors la fraction de temps contraint, "socialement" puisque correspondant à une affectation productive précise.

Dans un tel système où chacun est producteur spécialisé, mais consommateur diversifié, $c_i$ est la fraction de temps "personnellement contraint", puisqu'il résulte de choix individuels, "habitudes de consommation" révisables dont la réalisation exige du temps (recherches et transactions). Plus un individu est un consommateur chevronné, plus la fraction "temps", nécessaire pour l'obtention d'une unité de bien est réduite.

– ainsi $a_i = q_i \alpha_i$; $q_i$, est le nombre d'unités physiques du bien i, qui occupe pour l'individu une fraction $a_i$, de son temps unité.

L'ensemble $(q_i)$, représente en quelque sorte, la structure des "préférences" de l'individu, il décrit les quantités des biens qui meublent la vie de l'individu.



$\alpha_i$, est la fraction de temps unité correspondant à l'obtention et l'usage d'une unité de biens i. C'est en quelque sorte, pour reprendre encore le langage traditionnel, l'inverse d'une productivité moyenne.

Pour simplifier à l'extrême, sans perdre pour autant de la généralité, nous admettons qu'il n'y a pas "d'héritages" : la quantité $q_i$ obtenue est aussi la quantité, $q_i$, utilisée dans la même unité de temps. D'une période sur l'autre, il n'y a pas de transferts. Cette hypothèse implique que nous imposions : $q_i \geqslant 1$ et $\alpha_i < 1$, $\forall_i$ : on peut toujours obtenir au moins une unité de biens, dans une période unité et on utilise au moins, une unité de biens dans la période.

De toute évidence, certains biens peuvent exiger plusieurs périodes de fabrication. Dans le cas de tels biens, chaque période, une fraction de temps serait affectée à l'obtention d'une partie du bien. La période suivante commencerait avec un "héritage", stock de parties de biens.

Nous n'introduisons pas non plus, pour l'instant, "d'héritages" entre individus, de transferts, ou d'échanges dans la même période unité. En réalité, cela ne soulèverait pas de difficultés insurmontables : Pour l'individu qui occupe une fraction de temps à l'obtention ou à la production d'un bien qu'il ne consomme ou n'utilise pas, il vient seulement : $c_i = o$, $a_i = b_i$, et réciproquement : $b_i = o$, $c_i = a_i$, pour un bien que l'individu utilise et qu'il ne produit pas, étant entendu qu'il existe toujours une fraction de temps nécessaire à l'obtention d'un bien que l'on ne produit pas (recherche et transaction).

Pour l'individu qui produirait une quantité $q_i$, et en consommerait lui-même une quantité $q'_i$, avec $q'_i \geqslant q_i$, il suffirait de considérer qu'en réalité il existe deux biens, i et i', et deux fractions différentes de temps, $a_i$ et $a'_i$.

Ces petites complications, ne sont ici absolument pas nécessaires et en cela le modèle fondamental s'oppose radicalement à la représentation traditionnelle du monde économique. Pour elle, l'économie n'existe que par des mouvements, des échanges de biens. Même pour Robinson, isolé, l'économie existe par l'échange entre biens de production et biens de consommation, inputs à évaluation algébrique négative, et outputs à évaluation algébrique positive. Ici, l'économie naît de l'obligation irréductible pour tout individu, socialisé ou en autarcie, de partager librement, ou partiellement sous contraintes, son temps unité en y affectant des occupations, concernant des biens quelconques, sans qu'il soit nécessaire, à priori, ni de les définir, ni de les classer, ni de les limiter.

### – La valorisation du temps et des biens

Un individu est présumé "satisfait", son économie personnelle est en équilibre, si de période en période il n'éprouve pas l'envie (3) de modifier le partage de son temps unité, si une collection de biens (i), immuable avec des quantités ($q_i$) fixes, meuble les périodes successives – fraction de temps $a_i$, et quantités sont liées par la relation :

$$a_i = b_i + c_i = q_i \alpha_i$$

Cet individu, surtout s'il est isolé, n'a pas besoin de valorisation. Pour lui le bien i et le bien j, qui appartiennent avec les quantités $q_i$ et $q_j$, à son existence périodique, sont équivalents, parce qu'également indispensables, mais ils sont pourtant directement comparables dans l'unité temps :

$a_i$ unité de temps sont affectés à $q_i$ unités de bien i.

$a_j$ unité de temps sont affectés à $q_j$ unités de bien j.

Ce qui signifie, qu'il existe cependant une structure de valorisation implicite, qui s'exprime en temps, dont le vecteur des "prix" est à l'évidence $\left[\dfrac{a_i}{q_i} = \alpha_i\right]$

(3) S'il en a l'envie, mais qu'il en est incapable, quelle qu'en soit la raison, c'est aussi une satisfaction ou un équilibre sous contrainte.



Or, nous allons montrer :

a) que cette structure de valorisation va se révéler, et se révéler optimale, dès qu'on exprimera les "prix" dans une autre mesure que celle du temps.

b) dès qu'il y a plus d'un individu, pour peu qu'il n'y ait pas d'identité parfaite dans les préférences librement choisies par les individus (choix des biens des quantités, des fractions de temps) le recours à un lien matériel, une ressource commune dans laquelle s'expriment les autres biens est une nécessité. Ce lien matériel est un moyen de communication, un médiat, un étalon, dont la valeur est strictement liée à l'unité-temps.

Choisissons un bien de référence; le franc. Supposons que l'on cherche à affecter un poids $p_i$, exprimé en francs, à chaque unité de bien i, tel que l'individu maximise le poids total, la valeur totale de sa période unité. Il ne peut obtenir ce maximum que sous la contrainte $\sum_i a_i = \sum q_i \alpha_i = 1$. L'optimum s'interprète de la manière suivante : la structure des prix $p_i$, doit être telle que pour toute modification des quantités $q_i$, traduisant les préférences de l'individu, il se produit une diminution de la valeur totale de la période unité.

On doit maximiser $U = \Sigma_i p_i q_i + m\,(1 - \Sigma q_i \alpha_i)$.

$$\frac{\delta u}{\delta q_i} = o\ \forall_i, \Rightarrow \quad p_i - m\,\alpha_i = o\ \forall_i, \quad \Rightarrow \frac{p_i}{\alpha_i} = \frac{p_j}{\alpha_j} = m$$

avec $\quad \Sigma\, p_i q_i = \Sigma\, m\, \alpha_i\, q_i = m\, \Sigma\, \alpha_i\, q_i = m$

Chaque prix $p_i$, est proportionnel au temps $\alpha_i$ consacré à l'unité de bien i. Si nous allouons m francs par unité de temps à l'individu X, on devra faire correspondre à chaque unité de bien une masse de p francs, parfaitement et uniquement déterminée par la répartition du temps unité.

L'individu X, économiquement défini par, $(a_i^X)$, $(q_i^X)$, $(\alpha_i^X)$, donne à chaque bien i, une valeur $p_i^X = m\,\alpha_i^X = m\,a_i^X / q_i^X$.

Le temps libre disponible $a_o$, constitue un bien particulier, dans la mesure où il n'y a qu'une unité de ce bien $q_o = 1$. Le temps libre, n'étant pas matérialisé sous forme de biens, la valeur de l'unité de temps mesurée seulement à travers les biens produits et consommés, s'écrit :

$$\sum_{i \neq o} p_i^x q_i^x = m \sum_{i \neq o} q_i^x = m(1 - a_o^x) = V_x$$

Pour un autre individu Y, auquel on aurait alloué la même quantité, m, de francs par unité de temps, qui aurait une répartition du temps, $a_j^y$, pour un ensemble de biens $(q_j)$, un temps disponible $a_o^y$, la valeur de l'unité de temps mesuré à travers les seuls biens s'écrirait :

$$\sum_{j \neq o} p_j^y = m \sum_{j \neq o} a_j^y = m(1 - a_o^y) = V_y$$

Il est clair que $V_x$ diffère de $V_y$ dès que $a_o^x \neq a_o^y$. Ainsi, bien que par hypothèse, nous ayons alloué à chaque individu la même masse de ressources par unité de temps, lorsque les évaluations sont établies à travers les biens et sur la base d'une valorisation optimale, les deux individus apparaîssent munis de ressources inégales. Cette répartition inégalitaire, apparente, des ressources valorisées, intervient dès que les fractions de temps disponible sont différentes.

En réalité, ex-post, l'unité de temps acquiert une valeur économique différente selon les individus, parce que le temps disponible correspond à une réserve qui aurait pu être affectée à l'un ou l'autre des biens : c'est une valorisation potentielle.

Puisque, partant d'une unité de temps physique commune, et de sa mesure économique, m francs, identique pour tous, on obtient une différenciation des valeurs économiques du temps chez les individus, lorsqu'on l'évalue par l'intermédiaire des biens, on peut tenter la démarche et la recherche inverses : quelle serait la répartition des ressources, en bien étalon, telle que l'unité de temps évaluée en terme de biens valorisés ait la même valeur pour tous les individus ?



Pour y parvenir, on peut imaginer que l'individu réaffecte son temps disponible à l'ensemble de ses biens. Il ne peut cependant le faire qu'en garantissant le maintien de la structure de préférences et la fixité des prix unitaires, c'est-à-dire, en répartissant cette réserve de temps proportionnellement, et pour chaque bien, à la fraction de temps qu'il leur consacrait. On obtient, en quelque sorte, le maximum de biens qu'il pourrait produire et consommer s'il décidait d'affecter la totalité de son temps unité, à l'obtention et à l'usage des biens, sans plus disposer maintenant de temps libre.

L'unité de temps prend une nouvelle valeur, nourrie de la valorisation potentielle contenue dans le temps libre. Elle correspond à une redécomposition du temps, où toute fraction de temps est maintenant affectée à un bien, sans que les proportions relatives aient été modifiées. C'est-à-dire, sans que le temps consacré à chaque unité de bien, $\alpha_i$, et les prix aient pu varier. Le temps consacré au bien i, $a_i$, devient $a_i'$ tel que :

$$a_i' = a_i + \frac{a_i a_o}{\sum_{i \neq o} a_i} = a_i \left[ 1 + \frac{a_o}{1 - a_o} \right]$$

on peut vérifier que : $\sum_{i \neq o} a_i' = \sum_{i \neq o} a_i \left[ 1 + \frac{a_o}{1 - a_o} \right] = \frac{1}{1 - a_o} \sum_{i \neq o} a_i = \frac{1 - a_o}{1 - a_o} = 1$

puisque $a_i = q_i \cdot \alpha_i$, et que $\alpha_i$ reste constant, la décomposition du temps transformant $a_i$ en $a_i'$, implique que les quantités de biens se modifient : $q_i$, devient $q_i'$ avec $a_i' = q_i' \alpha_i$.

Il s'ensuit que réaffecter le temps libre, sans modifier la structure des préférences, provoque pour chaque bien un taux constant d'accroissement des quantités, donné par

$$\frac{da_i}{a_i} = \frac{a_o}{1 - a_o} = \frac{dq_i}{q_i} = \text{cte} \;.\; \forall_i$$

Nous cherchons une mesure commune de l'unité de temps, km, telle que : $\sum p_i^x q_i^x = \sum p_i^y q_i^y = - = \text{km}$, pour tous les individus X, Y ... telle que l'unité de temps mesurée en terme de biens soit identique pour tous, et ce, malgré les fractions différentes du temps libre.

L'annulation du temps libre permet de valoriser l'unité de temps de l'individu X, sous la forme $R_X = \Sigma\, p_i^X\, q'^X_i$. C'est l'allocation maximum qui devrait lui être attribuée, incluant la valorisation potentielle.

Comme $q'^X_i = q_i^X \left[ 1 + \dfrac{a_o^X}{1-a_o^X} \right]$, il vient :

$$R_X = \Sigma p_i^X\, q'^X_i = \Sigma p_i^X\, q_i^X \left[ 1 + \frac{a_o^X}{1-a_o^X} \right] = \frac{km}{1-a_o^X}$$

(1) $$\boxed{R_X = \frac{km}{1-a_o^X}}$$

$R_X$, est l'allocation des revenus que doit recevoir l'individu X, compte tenu de sa structure de préférence $q_i$, de ses contraintes $\alpha_i$.

Le coefficient k, ne dépend pas de la masse des ressources "monétaires" distribuables. Si il y a L individus, une masse M =L m.

$$\sum_X R_X = M = km \,.\, \sum_X \frac{1}{1-a_o^X} = L.\, m$$

On vérifie que lorsque chaque individu X, reçoit une allocation $R_X$, définie par la valeur de l'équation (1), son unité de temps mesurée à travers les biens, qui sont du temps matérialisé, est identique pour tous les individus. Chaque bien est valorisé, à un prix optimal $p_i^X = R_X \cdot \alpha_i^X = \dfrac{R_X\, a_i^X}{q_i}$, différent selon les individus.



$$\sum_{i \neq o} p_i^X\, q_i^X = R_X \sum_i a_i^X = R_X \,.\, (1-a_o^X) = km = \text{cte} \;\forall\; x.$$

Par exemple, considérons deux individus X et Y, qui répartissent leur temps, différemment, de la façon suivante :

| | X | Y |
|---|---|---|
| Temps libre | $a_o^x = \frac{1}{2}$ | $a_o^y = \frac{1}{3}$ |
| Bien 1 | $a_1^x = \frac{1}{4}, q_1^x = 5, \alpha_1^x = \frac{1}{20}$ | $a_1^y = \frac{1}{2}, q_1^y = 6, \alpha_1^y = \frac{1}{12}$ |
| Bien 2 | $a_2^x = \frac{1}{4}, q_2^x = 4, \alpha_2^x = \frac{1}{16}$ | $a_2^y = \frac{1}{6}, q_2^y = 3, \alpha_2^y = \frac{1}{18}$ |

Les valeurs respectives n'ont aucune importance, seul compte le fait que $a_o^X$ soit différent de $a_o^y$.

Nous disposons de M = 100 francs, par unité de temps à distribuer entre les deux individus, deux comportements sont permis :

1. Nous décidons d'allouer, m = 50 francs à chacun par unité de temps, nous figeons la valeur économique de l'unité de temps, elle vaut 50 francs.

*Conséquence :* X, évalue l'unité de bien 1 à m $\alpha_1 = \dfrac{50}{20}$ francs.

l'unité de bien 2 à m $\alpha_2 = \dfrac{50}{16}$ francs.

et la valeur de ces biens à,

$$V_X = \left( 5 \,.\, \frac{50}{20} \right) + \left( 4 \,.\, \frac{50}{16} \right) = 25 \text{ francs.}$$

tandis que pour Y,

$$V_y = \left( 6 \,.\, \frac{50}{12} \right) + \left( 3 \,.\, \frac{50}{18} \right) = 34,\ 1/3 \text{ francs.}$$

La valeur économique du temps mesurée par l'intermédiaire des biens est différente pour X et Y.

2. Nous cherchons comment répartir les 100 francs, de telle façon que la valeur d'unité de temps mesurée à travers les biens soit constante.

Il faut : $R_x = \frac{k.m}{1-a_o^x} = k . \frac{50}{1-\frac{1}{2}} = 100\ k.$

$$R_y = \frac{k.m}{1-a_o^y} = k . \frac{50}{1-\frac{1}{3}} = 75\ k.$$

$R_x + R_y = 175\ k = 100$ francs $\Rightarrow k = 0{,}5714 .. (\frac{1}{k} = 1{,}75)$

Nous devons allouer $R_x = 57{,}15$ francs à X

$R_y = 42{,}85$ francs à Y.

*Conséquence :* X, évaluera l'unité de biens 1 à $\frac{57{,}15}{20} = 2{,}85$ francs.

et l'unité de biens 2 à $\frac{57{,}15}{16} = 3{,}57$ francs.

et la valeur des biens par unité de temps à,

$$(5 . 2{,}85) + (4 . 3{,}57) = 28{,}5 \text{ francs.}$$

on vérifiera qu'il en est de même pour Y :

$$\left(\frac{42{,}85}{12} . 6\right) + \left(\frac{42{,}85}{18} . 3\right) = 28{,}5 \text{ francs.}$$



Il n'est pas question de juger et d'affirmer que tel mode de répartition est plus équitable, préférable ... il s'agit de mettre en évidence un fait d'importance capitale qui peut s'exprimer ainsi :

*Si on fige unanimement la valeur, en bien étalon, de l'unité physique de temps, l'inévitable différenciation, des capacités, des goûts, des comportements introduira une différenciation dans la valeur économique du temps. Réciproquement, si, l'on opte pour une valeur économique commune de temps, c'est la valeur de l'unité physique de temps qui sera différenciée selon les individus.*

– **Signification des paramètres du modèle.**

La relation (1), qui lie les revenus $R_x$, la ressource moyenne m, et le temps disponible x, de l'individu X, de référence, fournit une véritable "équation aux dimensions" de l'économie.

En effet, dimensionnellement si, M, est la quantité, la ressource monétaire, (franc par exemple), L, le nombre d'individus, T, la période de base, définissant le temps unité : $m \triangleq \frac{M}{L.T}$ = ressource par unité de temps et par personne.

Le revenu $R_x$, est aussi ressource par unité de temps et par personne, il a la même dimension $R_x \triangleq \frac{M.}{L.T.}$ .

(1-x), est une fraction de temps, dimensionnellement c'est l'inverse d'un temps $\frac{1}{T}$ .

La relation (1), $R_x = \frac{km}{1-x}$ s'écrit $\frac{M}{L.T.} \triangleq \frac{k. M/L.T}{1/T}$, ce qui implique :

$$(2) \qquad \boxed{k \triangleq \frac{1}{T}}$$

La constante k, prend la dimension de l'inverse d'un temps, et $\frac{1}{k}$, la dimension d'un temps.

Quelle que soit la population concernée L, les types d'activités individuelles, les types de biens et les structures de préférence, k, apparaît comme une constante fondamentale caractéristique de l'organisation économique collective.

En effet, x fraction de temps unité, définissant le temps libre individuel est un nombre pouvant prendre, pour chaque individu, n'importe quelle valeur entre 0 et 1. C'est dans une population L, une variable aléatoire munie d'une distribution de probabilité, d'une fonction de répartition, f(x)dx, donnant la probabilité qu'un individu X, dispose d'un temps libre x. (4)

Il s'ensuit que le revenu individuel $R_x$, est aussi une variable aléatoire, dont la fonction de répartition g (R) dR, est la distribution des revenus dans la population. La ressource moyenne $m = \frac{M}{L}$, est aussi l'espérance mathématique E $(R_x)$.

$$m = E[R_x] = k.m.E\left[\frac{1}{1-x}\right] = km\ E\ [1 + x + x^2 + \ldots]$$

$$m = k.m\ |\ 1 + E(x) + E(x^2) + \ldots |$$

$$(3) \qquad \frac{1}{k} = 1 + E[x] + E[x^2] + \ldots > 1$$

$\frac{1}{k}$, *est la mesure en temps réel de l'unité de temps économique.*

Dans l'exemple ci-dessus, la valeur obtenue $\frac{1}{k} = 1{,}75$, signifiait que l'unité de temps économique commune aux deux individus, équivalait à 1,75 fois l'unité de temps physique. Ou encore, que si

(4) On notera que deux individus peuvent disposer d'une fraction égale de temps libre x. Ils recevront alors le même revenu $R_x$. Mais ils pourront présenter des structures de préférences (q), des contraintes ($\alpha$), et des partages de temps unité (a) différents. Ils seront différenciés par ces caractéristiques et en conséquence par les "prix" auxquels ils évalueront les biens.



l'on regroupait les deux individus en une seule identité, formant une collectivité nouvelle, associant leurs préférences personnelles, leurs contraintes et leurs compétences, ils auraient pu, en utilisant une unité complète de temps physique réel, produire et consommer une quantité de biens leur permettant de passer 0,75 unités de temps physique supplémentaire sans aucune activité.

*Le temps réel, physique, est pour l'économie une sorte de capital, "capital temps", qui produit un temps économique étalonné, en général supérieur à l'unité de temps réel. "L'économie produit du temps avec du temps".*

Lorsqu'on examine la situation d'un individu isolé, la mesure économique peut s'exprimer directement en temps réel. Ainsi dans l'exemple cité pour l'individu X, il apparaît simplement que le rapport est de 1 à 2, une unité de temps consacrée totalement aux biens équivaut à deux unités de temps réel, tandis que pour l'individu Y, le même rapport s'établit de 1 à $\frac{3}{2}$.

Parce qu'une collectivité réunit plusieur individus, parce qu'alors l'unité de temps est médiatisée par un bien étalon, une quantité de ressources, l'unité de temps économique ne peut s'exprimer en temps réel que par le recours à l'équation fondamentale aux dimensions et par la constante $\frac{1}{k}$, qui traduit le temps économique en temps physique.

*Inversement, "k.m.", représente la valeur économique de l'unité de temps physique.* Elle s'exprime en bien étalon, en monnaie. Elle est commune à tous les individus. Dans l'exemple, une unité de temps vaut, de façon étalonnée, unique, 28,5 francs. On constate que c'est aussi le plus haut revenu minimum, que l'on puisse allouer, identiquement, à chaque individu, de façon qu'il puisse néanmoins, satisfaire ses préférences, à sa propre et optimale évaluation des "prix" des biens. C'est enfin, le revenu d'un individu qui dans la collectivité disposerait d'un temps libre nul.

En ne s'intéressant qu'à l'image en terme de biens de l'activité économique, la théorie traditionnelle en a occulté les fondements réels. Certes, le modèle présenté paraît simplifié à l'extrême : des individus sont réunis en collectivité sous la double et seule contrainte, qu'ils vivent le même temps physique, qu'ils communiquent par l'intermédiaire d'un même étalon. Rien n'est dit sur les échanges, les modifications éventuelles de préférences qui naissent de la cohabitation, mais rien non plus n'interdit de les envisager et d'en expliciter les mécanismes. Toute action qui permet à l'individu d'augmenter la valeur de son unité de temps est gratifiante. Or, l'échange de biens contre de la monnaie, ou de bien contre un bien, ne sont que les formes apparentes d'échanges de temps. L'échange est profitable si chacun des échangistes, grâce à l'échange, diminue son temps contraint. C'est évidemment le cas si j'abandonne une activité pour laquelle je suis peu efficace et si je peux par un moindre surcroît de temps contraint, dans une autre activité, satisfaire ma structure de préférence, quantités de biens désirés, en ayant libéré du temps.

De ce point de vue,

1) l'échange s'impose comme une nécessité, puisque, même si un individu est en tout domaine plus efficace que ses congénères, il a intérêt à l'échange en se spécialisant dans les domaines où il est relativement plus efficace. C'est une nouvelle application de la loi des coûts comparatifs de Ricardo.

2) la démarche Walrassienne dérivant "l'échange pur" à partir d'une répartition donnée des ressources, dotations dont disposent les échangistes, est en réalité inapplicable. Tout échange perturbe la répartition des temps disponibles, et modifie la répartition des ressources. En quelque sorte, l'observation de l'économie à travers les échanges de biens se traduit par un mouvement perpétuel, à partir duquel on ne saurait définir l'équilibre. Des électrons ne cessant de s'agiter dans un volume de manière apparement erratiques, il ne viendrait pas à l'idée du physicien de chercher l'équilibre comme l'instant où ils seraient tous immobiles. De la même façon, il ne peut être question pour l'économiste de postuler, à priori, que l'instant où les échanges s'arrêtent est la manifestation d'un équilibre, puisque cet instant ne survient jamais. Par contre, cela n'interdit pas de chercher si, globalement, macroéconomiquement, il n'existe pas un "ordre" statistique, qui donnerait à la théorie économique, sa capacité à représenter le monde réel.



## II. LA VALIDITE DU MODELE – LA LOI DE REPARTITION DU TEMPS ET DES REVENUS

Le modèle indique que sur chaque période de temps, période de référence, période unité, l'allocation de ressources "monétaires" attribuées à l'individu, X, dépend :

– des ressources moyennes par tête $\frac{M}{L} = m$.

– de la fraction de temps disponible, temps libre x.

– d'une constante fondamentale k, transformant la mesure réelle du temps en mesure économique du temps.

Cette relation $R_x = \frac{km}{1-x}$, est-elle vérifiable ? est-elle vérifiée ?

Dans la population de dimension L, il existe une distribution statistique de temps libre, f(x)dx, la distribution de revenus, g(R)dR, s'en déduit par la relation (1), il est donc possible de comparer la distribution théorique de revenus à une distribution observée. La population étudiée doit être homogène en regard de deux critères :

– les individus doivent appartenir à une même organisation collective. Un même "code de travail" règle les conditions temporelles de leur activité.

– la nature des ressources distribuées doit être identique, de même, au moins pour une vérification, que la périodicité de l'allocation. Cependant, plus la population est nombreuse, plus prédomine un type d'allocation, (salariés contre non salariés, par exemple) et plus on peut penser que la distribution globale des revenus est largement figée par celle de la catégorie à la fois la plus nombreuse et la plus homogène.

*– La loi de répartition du temps libre*

Il existe une proportion a, d'individus inscrits dans l'organisation, que l'on appelle des "actifs", pour la période étudiée, et (1-a) d'inactifs.

Par convention et simplification, nous admettons que :

- le temps libre des (1-a)% d'inactifs est $x = 1$.
- le temps libre des a % d'actifs est $o \leqslant x \leqslant 1$.

Nous supposons que les lois du hasard président à la répartition de la population selon le temps libre, c'est-à-dire, selon les types d'activités, les éventuels degrés hiérarchiques dans l'organisation, les types de comportements et "façons de vivre". Nous cherchons dans ces conditions la loi la plus probable. Pour cela imaginons l'épreuve aléatoire suivante, pouvant être répétée sur des échantillons différents de la population :

On tire au hasard des individus. On appelle E, l'événement : "il apparaît un individu dont le temps libre est supérieur ou égal, à celui de tous ceux qui l'ont précédé". Ces derniers sont en nombre n, et le temps libre de référence est $x_o$. La nature de l'épreuve, le fait que $x_o$, soit un petit nombre que parmi les seuls actifs, faisant l'objet de l'épreuve, plus $x_o$, se rapproche de 1, plus la probabilité de succès est faible : paraît imposer un processus "poisonnien".

- la probabilité qu'il n'y ait pas d'événements entre n et (n+h) est égale à p(h), fonction du nombre d'individus h, recensés entre n et n+h.
- la probabilité qu'il n'y ait pas d'événement entre n et (n+h+z), est alors, p (h + z), la probabilité qu'il n'y ait pas d'événements entre (n + h) et (n + h + z) est p (z).

Comme les tirages et les événements sont pris indépendants :

$$p\,(h+z) = p\,(h)\,.\,p\,(z)\,. \Rightarrow p\,(n) = e^{-cn}.$$

p(n), est la probabilité que l'événement ne se soit pas produit en n, tirages, c'est-à-dire, que tous les n, individus tirés ont un temps disponible inférieur à la référence $x_o$. p(1), est la probabilité que le premier individu tiré ait un temps libre, $x < x_o$, cette probabilité est égale à $e^{-c} = \frac{1}{1+c}$, la probabilité complémentaire : l'individu présente un temps libre $x \geqslant x_o$, est évidemment $1 - p(1) = 1 - e^{-c}$.



De la même façon, soit $n_i$, le premier nombre où se produit l'événement $x \geqslant x_o$

soit $n_{i+1}$, le second nombre où se produit l'événement.

si $n_{i+1} \leqslant n_i + n$, il vient $p[n_{i+1} - n_i < n] = 1 - e^{-cn}$, probabilité complémentaire de $c^{-cn}$, qui était la probabilité qu'il ne se produise pas d'événement en, n, tirages. La loi d'apparition d'un événement en exactement n, tirages, dépend du nombre de tirages, c'est :

$$f\,(n)dn = d\,\frac{[1-e^{-cn}]}{dn}\,dn = c\,e^{-cn}\,dn. = \frac{1}{\Gamma(1)}\,e^{-cn}\,d(cn). \text{ où}$$

$\Gamma$ est le symbole de la loi factorielle.

Quelle est alors la loi du nombre d'individus séparant l'apparition de k+1, événements successifs ?

Le résultat de l'épreuve se présente ainsi :

Il a fallu attendre $n_i$ tirages pour trouver un individu montrant $x_1 > x_o$

Il a fallu attendre $n_{i+1}$ tirages pour trouver un individu montrant

$x_2 > x_1 > x_o$

et ainsi de suite jusqu'à $n_{i+k}$, pour trouver le (k+1)ème individu tel que

$$x_k > x_{k-1} \ldots x_2 > x_1 > x_o.$$

On cherche la loi $n_{i+k} - n_i$, ou pour simplifier de $W = c(n_{i+k} - n_i)$

$$W = c\,(n_{i+k} - n_i) = c\,(n_{i+1} - n_i) + c\,(n_{i+2} - n_{i+1}) \ldots + c\,(n_{i+k} - n_{i+k-1})$$

$$W = u + v \ldots$$

Chacune des variables u,v, ... correspondant à la loi d'un événement, on retrouve la loi de Poisson :

$$f(w)\,dw = e^{-w} \frac{w^{k-1}}{(k-1)!} \quad dw = \frac{1}{\Gamma(k)} e^{-w} \cdot w^{k-1}\, dw$$

Il est maintenant aisé de déterminer la loi du temps libre, loi de x, f(x)dx.

Si $n_p - n_o$, est le nombre d'individus qu'il a fallu tirer au hasard pour réaliser p + 1, événements successifs, c'est-à-dire, p, individus rangés par valeurs croissantes entre $x_p$ et $x_o$.

Si $n_{p+q} - n_o$, est le nombre d'individus nécessaire pour réaliser p + q + 1, événements successifs, c'est-à-dire trouver q, individus supplémentaires, rangés par valeurs croissantes de temps libre entre $x_q$ et $x_p$.

La probabilité qu'un individu quelconque présente un temps libre $x_o < x < x_p$,

est : $$P\,[x_o < x < x_p] = \frac{n_p - n_o}{n_{p+q} - n_o} = \frac{\text{nombre de cas favorables}}{\text{nombre de cas possibles}}$$

$n_p$ et $n_{p+q}$, sont les varariables aléatoires, dont la loi vient d'être établie.

Loi de $U = c\,(n_p - n_o)$, $V = c\,(n_{p+q} - n_p)$.

la loi de X est donc : $P\,[x<x<x + dx] = \dfrac{\text{loi de } U}{\text{loi de } U + V}$ avec

$$f(U)\,du = \frac{1}{\Gamma(p)} e^{-u} u^{p-1}\,du \text{ et } f(v)dv = \frac{1}{\Gamma(q)} e^{-v} v^{q-1}\,dq.$$

on en déduit :

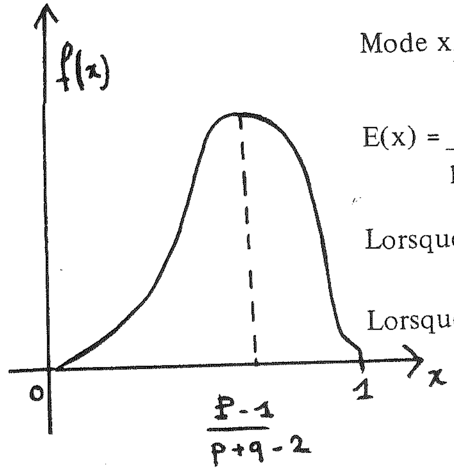
$$(4) \quad \boxed{f(x)\,dx = \frac{1}{B(p,q)} x^{p-1} (1-x)^{q-1}\,dx} \quad \text{où } B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\,\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$$



La loi de répartition du temps libre pour les actifs, est la fonction "eulérienne bêta", dépendant de deux paramètres p et q, dont l'interprétation est très simple. Etant donné un groupe quelconque d'individus témoins, il faudra tirer de la population p individus pour en trouver un dont le temps libre est supérieur, et si x, est le temps libre de cet individu, q, sera le nombre d'individus supplémentaires qu'il faudra tirer pour en trouver un autre dont le temps libre est supérieur ou égal à x.

p et q, sont caractéristiques de l'organisation collective. Sur une épreuve isolée, p et q, sont des entiers, avec $p \geqslant 1$, $q \geqslant 1$. Par contre, sur une série d'épreuves répétées, comme c'est le cas dans la réalité, p et q, sont des réels [$p$ et $q \in R^+$].

La représentation graphique de f(x)dx est bien connue, de même que les caractéristiques principales.




Mode $x_m = \dfrac{p-1}{p+q-2}$

$E(x) = \dfrac{p}{p+q}$, $E(x^2) = \dfrac{p(p+1)}{(p+q)\,(p+q+1)}$

Lorsque p est > q, $\bar{x}$, le temps libre moyen est $> \frac{1}{2}$

Lorsque p est <q, le temps libre moyen est $< \frac{1}{2}$

La loi complète de X, intégrant actifs et inactifs, s'écrit :

$$P\,[X = x] = [\,(1-a) + a\,f(x)\,]\,dx \quad o \leqslant x \leqslant 1.$$

La fonction cumulative est :

$$(5) \quad F(x) = (1-a)x + a \int_o^x f(x)dx \text{ on vérifie que } F(o) = 0, \; F(1) = 1.$$

La fonction f(x) étant symétrique, centrée sur $\bar{x} = \frac{1}{2}$, lorsque p = q et d'autant plus asymétrique que p, diffère de q, il est clair que p et q, traduisent la plus ou moins grande inégalité qui règle l'organisation collective et par conséquent, celle de la distribution des revenus.

– **La loi de répartition des revenus**

De la loi de X, on tire sans difficultés celle de $R_X = \frac{km}{1-x}$

$$g(R)\,dR = \frac{1}{km}\left(\frac{km}{R}\right)^2 \left[(1-a) + af\left(1 - \frac{km}{R}\right)\right] dR$$

$$\text{pour } km \leqslant R < \alpha$$

soit :

$$(6) \qquad \boxed{g(R)\,.\,dR = (1-a)\left(\frac{km}{R}\right)^2 \frac{dR}{km} + \frac{a}{B(p,q)}\left(1-\frac{km}{R}\right)^{p-1}\left(\frac{km}{R}\right)^{q+1}\frac{dR}{km}}$$

La fonction cumulative, pour $km < R < \alpha$, est donnée par :

$$(7) \qquad F(R) = 1 - \frac{a}{B(p,q)} \sum_{r=o}^{p-1} \frac{(p-1)!\,(q-1)!}{(p-1-r)!\,(q+r)!}\left(1-\frac{km}{R}\right)^{p-1-r}\left(\frac{km}{R}\right)^{q+2}$$

$$F(R = km) = 1 - a\ ;\ F(R = \alpha) = 1.$$

Elle est incomplète. On constate que pour $o < R \leqslant km$, la fonction cumulative n'est pas définie. Pour les revenus, R, inférieurs au seuil, km, la proportion des individus concernés est égale à [1-a]. Puisque km, représente le plus haut revenu minimum qui peut être alloué, à tout individu, il s'interprète comme un "seuil de pauvreté". Les individus, en proportion totale [1-a], qui reçoivent un revenu inférieur ou égal à ce seuil de pauvreté, sont ceux, qui parmi la population homogène, se distinguent comme "inactifs" sur la période unité. S'agissant de salariés, cette proportion recouvre



tous les individus qui n'ont pû, tout au long de la période étudiée, obtenir une activité, reconnue, continue, chômeurs sur la période, travailleurs momentanés, marginaux, par rapport au reste de la population homogène.

La proportion, [1-a], est un paramètre conjoncturel important, indicateur de crise en liaison avec le "seuil de pauvreté", tiré objectivement de la constante fondamentale k.

– Les paramètres p et q, sont significatifs de l'organisation productive et de l'inégalité dans la distribution des activités, des temps libre et des revenus. On trouve aisément que le mode $\left[\frac{dg}{dR} = o\right]$ est $R_M$ tel que :

$$(8) \qquad \frac{R_M}{km} = \frac{p+q}{p+1}$$

Sachant que $m = \frac{M}{L} = E(R)$, revenu moyen par tête, la connaissance du mode et celle des paramètres p et q, fournissent une estimation objective de la constante k.

Les autres caractéristiques de la distribution des revenus sont les suivantes :

$E(R) = km\,.\,\frac{p+q-1}{q-1}$ d'où l'on tire une estimation directe de k

$$k^* = \frac{q-1}{p+q-1}$$

Le coefficient de Gini, G, est donc donné par l'expression suivante :

$$(9) \qquad \boxed{\frac{G+1}{2} = a - \frac{a^2\,.\,q-1}{(p+q)(p+q-1)}\cdot\frac{1}{B(p,q)}\cdot\sum_{r=o}^{p-1}\frac{B\,[2p-r-1,\ 2q+r-1]}{B\,[p-r,\ q+r+1]}}$$

où $B(p,q) = \frac{\Gamma(p)\,\Gamma(q)}{\Gamma(p+q)}$ fonction bêta.

Parce que le coefficient de Gini est un indicateur d'inégalité invariable, quand tous les revenus sont multipliés par un même coefficient (multiplicativement invariant). Parce qu'il semble nécessaire de posséder d'autres indicateurs d'inégalités, qui au contraire restent invariants quand on ajoute une même somme à tous les revenus (additivement invariant). Nous avons suggérer d'utiliser à cette fin "le surplus moyen". Il indique combien l'individu moyen reçoit de plus que le plus pauvre. Or, ce "surplus moyen" prend ici, une signification et une forme très pratique. "km" représente en effet, le plus haut revenu minimum, donc le surplus moyen, s, s'écrit : s : E(R) – km.

Comme en outre, l'inégalité mesurée sous la forme, $\frac{s}{km}$, rapport du surplus moyen au revenu minimum, entre comme variable endogène dans un modèle de croissance, l'évaluation, de ce rapport est particulièrement utile (5). Cette évaluation est ici très simple :

$$(10) \qquad \boxed{\frac{s}{km} = \frac{E(R) - km}{km} = \frac{p}{q-1}}$$

La loi de répartition des revenus directement liée au modèle fondamental est donc complètement déterminée, dans son expression et dans ses principales caractéristiques.

Elle dépend de quatre paramètres :

k : constante fondamentale traduisant la valeur économique du temps réel.

1-a : la proportion d'exclus, partiel ou total, chômeurs, pauvres, recevant moins que le seuil de pauvreté.

(5) Se reporter à Y. Bresson : "Capital-Temps : Pouvoir – Répartition – Inégalités". Calmann-Lévy, 1977. Chapitre III : Le surplus moyen. Caractéristiques de l'inégalité. Et chapitre V : La dynamique économique et sa régulation.



p et q : paramètres liés à l'organisation collective des types d'activités et des hiérarchies en temps disponible, à partir desquels s'évaluent les principaux indicateurs d'inégalités.

La détermination des paramètres, p, q, (1-a) et k, peut être obtenue directement par enquête sur un échantillon représentatif de la population. Soit N, la taille de cet échantillon, $x_i$, la fraction de temps libre de l'individu i, sur la période unité, les estimations du Maximum de vraisemblance de p et q, sont $\hat{p}$ et $\hat{q}$. Solutions des deux équations : (6)

$$(11) \qquad \frac{p-1}{p+q-1} = \left[\prod_{i=1}^{N} x_i\right]^{\frac{1}{N}}$$

$$\frac{q-1}{p+q-1} = \left[\prod_{i=1}^{N} (1-x_i)\right]^{\frac{1}{N}}$$

où les expressions, $\frac{p-1}{p+q-1}$ et $\frac{q-1}{p+q-1}$, sont les moyennes géométriques des temps libres $x_i$, observés dans l'échantillon de taille N, et des fractions complémentaires de temps $(1-x_i)$, ou "temps contraint".

**– Vérification expérimentale de la loi théorique**

En prenant comme base d'information la répartition des salariés par tranche de salaire annuel net pour l'année 1974, (Source : I.N.S.E.E. – Etats D.A.S. et 2460, tableau SE 5) nous cherchons des estimations des paramètres (1-a), p, q et "km", de la loi théorique qui correspondent à la loi observée. L'objet de l'analyse ne consiste pas ici, à étudier le meilleur algorithme d'ajustement, mais simplement de tester la validité du modèle, sa capacité à représenter plus ou moins fidèlement la réalité observable :

(6) En appliquant la formule de Stirling la plus simple : $\log n! = n \log n - n$.

**Tranche de salaires annuels nets en milliers de francs**

| R | - de 10 | 10 à 15 | 15 à 20 | 20 à 30 | 30 à 40 | 40 à 50 | 50 à 60 | 60 à 70 | 70 à 80 | 80 à 120 | 120 à 150 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| % de la population $f(R)\Delta R$ | 5,8 | 15,8 | 24,0 | 31,7 | 11,4 | 4,6 | 2,3 | 1,3 | 0,8 | 1,4 | 0,4 |

La population concernée s'élève à N = 12,367,4 $10^3$ salariés.

– *Estimation de km et (1-a).* Nous n'avons pas d'estimation directe de k, mais considérant que la classe inférieure des revenus $R \leqslant 10.000$ frs., est centrée sur 8.000 frs., nous admettons qu'il s'agit du revenu minimum, seuil approximatif de pauvreté, nous prenons donc : km* = 8.000 frs.

Pour R = km, la loi théorique g(R) dR devient :

$$g(R)\,dR = (1\text{-}a)\,.\,\frac{dR}{km}$$

On estime (1-a) en égalisant, à priori, la proportion des individus correspondant à la première classe des revenus soit :

$$(1\text{-}a)^*\,\frac{\Delta R}{km} = 5{,}8\% \Rightarrow (1\text{-}a)^* = 5{,}8\,.\,\frac{10.000}{8.000} = 4{,}6\%$$

– **Estimation de p et q.**

Le mode de la distribution observée est approximativement : $R_M \cong 17.500$ frs., en utilisant la formule (8), il vient :

$$\frac{R_M}{km} = \frac{p+q}{q+1} \cong \frac{17.500}{8.000} = 2{,}18$$

Nous savons que le couple [p* , q*] estimé doit vérifier approximativement la relation $\frac{p^* + q^*}{q^* + 1} \cong 2{,}18$, approximativement puisque l'évaluation du mode observé et l'estimation km, sont entâchés d'erreurs.



La loi g(R) dR, théorique conduit à une variance théorique de R, donnée par $V(R) = (km)^2\,\frac{(p\text{-}5)\,(p+q\text{-}1)}{(q\text{-}2)\,(q\text{-}1)^2}$, elle implique $p > 5$ et $q > 2$.

En prenant q = 3, fixé et en donnant successivement à p, les valeurs [5, 1, 5, 2 ... 6] tel que $2 \leqslant \frac{p+q}{q+1} \leqslant 2{,}5$, on constate que le couple central

$$[p^* - q^*] = [5{,}5 - 3]$$

donne des résultats très satisfaisants, sans qu'il soit certain qu'il constitue la meilleure estimation, donnant les meilleurs ajustements.

En effet, en calculant :

$$g(R)dR = (1\text{-}a)^* \left[\frac{km^*}{R}\right]^2 \frac{\Delta R}{km^*} + \frac{1}{B(p^*,q^*)}\; a^* \left[1 - \frac{km^*}{R}\right]^{p^*\text{-}1} \left[\frac{km^*}{R}\right]^{q+1} \frac{\Delta R}{km^*}$$

où ΔR, est l'amplitude de la classe d'observation.

R, le centre de classe.

$$km^* = 8.000 \text{ frs. } (1\text{-}a)^* = 4{,}6\%,\ a^* = 95{,}4\%,\ p^* = 5{,}5,\ q^* = 3$$

$$B(p^*\,,q^*) = \frac{\Gamma\,(5{,}5)\,.\,\Gamma\,(3)}{\Gamma\,(8{,}5)}\;;\; \frac{a^*}{B\,(p^*\,,q^*)} = 12.789{,}5.$$

On obtient la distribution théorique suivante, comparable à la distribution observée.

| | (1) | (2) | (3) | (4) | (5) | (6) | (7) | (8) | (9) | (10) | (11) |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| classe R | -10.000 | 10 à 15 | 15 à 20 | 20 à 30 | 30 à 40 | 40 à 50 | 50 à 60 | 60 à 70 | 70 à 80 | 80 à 120 | 120 à 150 |
| $g(R)\Delta R$ en %. | 5,8 | 15,58 | 23,06 | 29,90 | 13,27 | 6,07 | 3,27 | 1,85 | 1,12 | 1,88 | 0,46 |

La première classe, par construction, présente la même proportion. Les écarts entre la distribution théorique et la distribution observée, sont maximums pour les classes centrales (4) et (5). Ces écarts s'expliquent, surtout par la position choisie du centre de classe $R_4 = 25.000$, $R_5 = 35.000$, alors que l'asymétrie traditionnelle de la courbe empirique ne correspond pas à une distribution uniforme, pour ces classes centrales. Si l'on regroupe les classes (4) et (5), les écarts s'amenuisent : de 20.000 à 40.000, la distribution théorique indique 43,17%, (29,9 + 13,27), la distribution observée indique 43,1% (31,7 + 11,4).

Ce résultat est d'autant plus spectaculaire, qu'il se révèle meilleur que tous ceux précédemment obtenus par ajustement d'une loi théorique aux distributions observées. Ainsi, sans que la qualité d'ajustement ait été un objectif, on peut noter les faibles écarts séparant les fréquences théoriques et observés pour les revenus extrêmes où traditionnellement les erreurs d'ajustement sont importantes.

Le test du $X^2$, appliqué aux probabilités moyennes, soit en divisant la proportion théorique ou observée, par l'amplitude de classe $\Delta$ R, pour chaque classe $\left[gi = \frac{g(R) . \Delta R}{\Delta R}\right]$ on obtient :

$$\sum_{i=1}^{11} \frac{[Ngi - Nfi]^2}{Ngi} = 15{,}80 < X^2_{0{,}05}(10) = 18{,}3$$

Pour la première fois, à notre connaissance, en matière de répartition des revenus, nous sommes conduits à ne pas rejeter l'hypothèse que *toute* la loi théorique correspond à la distribution observée des revenus.

Nous sommes fondés à conclure que :

La loi théorique

$$g(R)\, dR = (1\text{-}a) \frac{(km)^2}{R} \frac{dR}{km} + \frac{a}{B\,(p,q)} \left(\frac{1 - km}{R}\right)^{p-1} \left(\frac{km}{R}\right)^{q+1} \frac{dR}{km}$$

est la loi de la répartition des revenus, s'adaptant à chaque organisation économique, à chaque population homogène, par l'intermédiaire des paramètres p et q, (1-a) et k.




## RESUME

Les individus vivent le même temps physique. Ils partagent le temps unité en une fraction de temps contraint, correspondant à l'obtention et à l'usage de biens librement choisis, et une fraction de temps libre. Ils communiquent entre eux à l'aide d'un bien commun, la monnaie. L'article montre que le revenu individuel est directement lié au partage personnel du temps et à une constante fondamentale, par une véritable "équation aux dimensions" qui fait de l'unité temps, l'étalon de mesure et qui donne la valeur économique de l'unité – temps physique. Les échanges de biens ne sont que des images de transferts de temps. Tout échange modifie la répartition des revenus individuels. L'équilibre général défini par l'arrêt des échanges est une recherche illusoire. Les fondements microéconomiques Walrassiens sont inapplicables.

Par contre, il existe, au niveau macroéconomique, malgré le mouvement perpétuel des échanges, un "ordre" statistique stable qui explique la forme unique de la Répartition des Revenus. Pareto avait raison, mais la loi de Répartition n'est pas celle de Pareto, c'est une loi nouvelle, théoriquement établie, qui confrontée à des observations empiriques apporte une remarquable superposition.



## ABSTRACT

*Men are living with the same time-keeper. They share the unity of time in two portions : one is the constraint-time, necessary to obtain and utilize goods, freely choosen, the second is free-time. Men are in relation with them by a common good, the money. This article proves that individual income is directly fastened with the personal sharing of time and a fondamental constant by a true "equation of dimensions", like in physical sciences, in which unity of time is standard of value. This equation gives also the economic valuation in money of unity of time. Exchanges of goods are only images of time-transfers between individuals. Any exchange modifies the personal income distribution. General equilibrium, fixed by*

*the stop of exchanges is a delusive search. Walrassian microeconomic foundations are unenforceable.*

*On the other hand, at the macroeconomic level in spite of the perpetual movement of exchanges, a statistic stable "order" is existing which explains the unique form of income distribution. Pareto was right, but the law of income distribution is not Pareto's law, is a new law, theorically settled. This law confronted with empirical data is very well fitted.*